

Вопросы для этапа I

Теория вероятностей

- 1) Сходимость по вероятности.
- 2) Теорема Лебега о мажорируемой сходимости.
- 3) Сходимость почти наверное.
- 4) Критерий сходимости почти наверное.
- 5) Сходимость в среднем порядка p .
- 6) Слабая сходимость функций распределения.
- 7) Сходимость по распределению.
- 8) Теорема слабой сходимости.
- 9) Определение характеристической функции.
- 10) Формула для вычисления характеристической функции дискретной случайной величины.
- 11) Формула для вычисления характеристической функции абсолютно-непрерывной случайной величины.
- 12) Теорема непрерывности.
- 13) Закон больших чисел (определение).
- 14) Закон больших чисел Маркова.
- 15) Закон больших чисел Чебышёва.
- 16) Закон больших чисел для схемы Бернулли.
- 17) Сильный закон больших чисел (определение).
- 18) Неравенство Колмогорова.
- 19) Закон больших чисел для неодинаково распределенных случайных величин.
- 20) Закон больших чисел для одинаково распределенных случайных величин.
- 21) Центральная предельная теорема (определение + следствие).
- 22) Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.
- 23) Условие Линдберга.
- 24) Теорема Линдберга.
- 25) Теорема Феллера.
- 26) Теорема Ляпунова.
- 27) Цепь Маркова (определение).
- 28) Формула расчета вероятностей перехода цепи Маркова за n шагов.
- 29) Формула расчета распределения цепи Маркова на n -м шаге.
- 30) Достижимые и недостижимые состояния.
- 31) Сообщающиеся и несообщающиеся состояния.
- 32) Несущественные и существенные состояния.
- 33) Поглощающее состояние.
- 34) Разложимые и неразложимые цепи Маркова.
- 35) Возвратные и невозвратные состояния.
- 36) Нулевые и ненулевые состояния.
- 37) Периодические и непериодические состояния.
- 38) Критерий возвратности состояний.
- 39) Теорема солидарности.

40) Стационарное распределение.

41) Эргодическая теорема.

Математическая статистика

- 42) Генеральная совокупность.
- 43) Единица генеральной совокупности.
- 44) Случайная выборка.
- 45) Выборочные значения.
- 46) Вариационный ряд.
- 47) Статистика.
- 48) Выборочная функция распределения.
- 49) Эмпирическая функция распределения.
- 50) Выборочное среднее (формула).
- 51) Выборочная дисперсия (формула).
- 52) Исправленная выборочная дисперсия (формула).
- 53) Несмещенная оценка.
- 54) Асимптотически несмещенная оценка.
- 55) Состоятельная оценка.
- 56) Эффективная оценка.
- 57) Информация Фишера (формула).
- 58) Неравенство Рао-Крамера.
- 59) Функция правдоподобия.
- 60) Логарифмическая функция правдоподобия.
- 61) Уравнения правдоподобия.
- 62) Доверительный интервал надежности γ .
- 63) Квантиль.
- 64) Распределение хи-квадрат.
- 65) Распределение Стьюдента.
- 66) Доверительный интервал для среднего при известной дисперсии в случае нормальной выборки.
- 67) Доверительный интервал для среднего при неизвестной дисперсии в случае нормальной выборки.
- 68) Определение S -критерия.
- 69) Определение рандомизированного φ -критерия.
- 70) Ошибки I и II рода.
- 71) Функция мощности S -критерия.
- 72) Функция мощности φ -критерия.
- 73) Критерий Неймана-Пирсона.
- 74) Несмещенная оценка ковариации.
- 75) Выборочный коэффициент корреляции.

Теоретические вопросы для этапа III

- 1) Сходимость по вероятности. Определение, примеры, свойства.
- 2) Сходимость по вероятности. Определение. Теорема Лебега о мажорируемой сходимости.
- 3) Сходимость почти наверное. Определение, примеры, свойства.
- 4) Сходимость в среднем порядка p . Определение, примеры, свойства. Сравнение с другими типами сходимости.
- 5) Сходимость по распределению (слабая сходимость). Определение. Сравнение с другими типами сходимости. Возможность использования финитных функций для проверки слабой сходимости.
- 6) Сглаженные функции распределения. Теорема о слабой сходимости.
- 7) Характеристические функции. Определение, вычисление и основные свойства. Примеры.
- 8) Характеристические функции. Доказательство свойства, что характеристическая функция однозначно определяет распределение. Теорема непрерывности.
- 9) Законы больших чисел и сильные законы больших чисел (определения). ЗБЧ Маркова, Чебышёва и Бернулли.
- 10) Неравенство Колмогорова. Сильный закон больших чисел Колмогорова для последовательности независимых случайных величин.
- 11) Сильный закон больших чисел для одинаково распределенных случайных величин.
- 12) Центральная предельная теорема (определение). ЦПТ для одинаково распределенных случайных величин. Примеры. Теорема Ляпунова (с доказательством в качестве следствия из теоремы Линдберга).
- 13) Условие Линдберга, его смысл. ЦПТ Линдберга (без доказательства лемм 1–3). Формулировка теоремы Ляпунова.
- 14) Условие Линдберга, его смысл. Теорема Феллера.
- 15) Определение цепи Маркова. Вероятности перехода за n шагов. Возвратные и нулевые состояния. Критерий возвратности состояний.
- 16) Определение неразложимой цепи Маркова. Возвратные, нулевые и периодические состояния. Теорема солидарности.
- 17) Теоремы о случайном блуждании по решетке в \mathbb{R}^n .
- 18) Стационарные распределения. Критерий неразложимости и непериодичности конечной цепи Маркова. Формулировка эргодической теоремы.
- 19) Стационарные распределения. Эргодическая теорема.
- 20) Стационарное распределение дважды стохастических матриц. Стационарное распределение трехдиагональной матрицы. Применение к расчету стационарного распределения в модели диффузии Т. и П. Эрэнфестов.
- 21) Основные понятия выборочного метода. Определение неизвестной функции распределения и плотности распределения. Гистограммы и полигоны частот.
- 22) Несмещенные, асимптотически несмещенные, состоятельные и эффективные оценки. Примеры (выборочные среднее и дисперсия). Единственность эффективной оценки.
- 23) Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Пример эффективной оценки.
- 24) Методы моментов и максимального правдоподобия. Примеры получения оценок этими методами.
- 25) Распределения хи-квадрат и Стьюдента. Теорема о независимости выборочного среднего и выборочной дисперсии для нормальной выборки.
- 26) Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения (3 случая).
- 27) Основная и альтернативная гипотезы. Критическое множество. Ошибки I и II рода и их вероятности. S -критерии и φ -критерии. Постановка задачи по нахождению оптимальных критериев.
- 28) Критерий Неймана-Пирсона. Оптимальный критерий для сравнения средних в случае нормальной выборки.
- 29) Оценка ковариации и коэффициента корреляции по выборке. Расчет коэффициентов линейной регрессионной модели.