

## Вопросы для этапа I

- 1) Алгебра событий.
- 2)  $\sigma$ -алгебра событий.
- 3) Борелевская  $\sigma$ -алгебра.
- 4) Определение меры.
- 5) Теорема Каратеодори о продолжении меры.
- 6) Аксиомы вероятности.
- 7) Определение вероятности в классической схеме.
- 8) Формула числа перестановок.
- 9) Формула числа размещений.
- 10) Формула числа сочетаний.
- 11) Формула числа размещений с повторениями.
- 12) Формула числа сочетаний с повторениями.
- 13) Условная вероятность  $\mathbb{P}(A | B)$ .
- 14) Определение независимых событий.
- 15) Формула полной вероятности.
- 16) Формула Байеса.
- 17) Формула Бернулли.
- 18) Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.
- 19) Закон больших чисел для схемы Бернулли.
- 20) Локальная формула Муавра-Лапласа.
- 21) Интегральная формула Муавра-Лапласа.
- 22) Формула Пуассона.
- 23) Определение вероятности в геометрической схеме.
- 24) Случайная величина.
- 25) Распределение случайной величины.
- 26) Функция распределения случайной величины.
- 27) Абсолютно непрерывная мера.
- 28) Сингулярные меры.
- 29) Теорема Лебега о разложении.
- 30) Теорема Радона-Никодима.
- 31) Дискретная случайная величина.
- 32) Абсолютно непрерывная случайная величина.
- 33) Плотность распределения.
- 34) Биномиальное распределение, его среднее и дисперсия.
- 35) Геометрическое распределение, его среднее и дисперсия.
- 36) Гипергеометрическое распределение.
- 37) Распределение Пуассона, его среднее и дисперсия.
- 38) Равномерное распределение на  $[a, b]$ , его среднее и дисперсия.
- 39) Нормальное распределение, его среднее и дисперсия.
- 40) Распределение Коши, его среднее и дисперсия.
- 41) Экспоненциальное распределение, его среднее и дисперсия.
- 42) Случайный вектор.
- 43) Функция распределения случайного вектора.
- 44) Плотность распределения случайного вектора.
- 45) Независимые классы событий.
- 46) Теорема об аппроксимации событий из  $\sigma$ -алгебры.
- 47) Теорема о независимости  $\sigma$ -алгебр.
- 48) Независимые случайные величины.
- 49) Критерий независимости случайных величин в терминах функций распределения.
- 50) Критерий независимости дискретных случайных величин.
- 51) Критерий независимости случайных величин в терминах плотностей распределения.
- 52) Ступенчатая функция.
- 53) Интеграл от ступенчатой функции по вероятностной мере.
- 54) Формула для математического ожидания дискретной случайной величины.
- 55) Формула для математического ожидания абсолютно непрерывной случайной величины.
- 56) Некоррелированные случайные величины.
- 57) Дисперсия.
- 58) Стандартное отклонение.
- 59) Формула для дисперсии дискретной случайной величины.
- 60) Формула для дисперсии абсолютно непрерывной случайной величины.
- 61) Начальный момент.
- 62) Абсолютный момент.
- 63) Центральный момент.
- 64) Смешанный момент.
- 65) Неравенство Коши-Буняковского.
- 66) Неравенство Гёльдера.
- 67) Неравенство Иенсена.
- 68) Неравенство Чебышёва.
- 69) Классическое неравенство Чебышёва.
- 70) Нормированная случайная величина.
- 71) Коэффициент корреляции.
- 72) Ковариация.
- 73) Условное математическое ожидание относительно события положительной вероятности.
- 74) Случайная величина, измеримая относительно  $\sigma$ -алгебры  $\mathcal{A}$ .
- 75) Условное математическое ожидание относительно  $\sigma$ -алгебры.
- 76) Условное математическое ожидание относительно случайной величины.
- 77) Свёртка функций распределения.
- 78) Свёртка плотностей.

## Теоретические вопросы для этапа III

- 1) Алгебры,  $\sigma$ -алгебры и меры (определения и примеры). Операции над случайными событиями. Теорема о непрерывности вероятности (формулировка и доказательство).
- 2) Аксиомы вероятности. Свойства вероятности. Теорема о непрерывности вероятности (формулировка и доказательство).
- 3) Классическое определение вероятности. Подсчёт числа перестановок, размещений и сочетаний без повторов и с повторениями. Гипергеометрическое распределение. Примеры.
- 4) Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Пример С. Н. Бернштейна. Формулы полной вероятности и Байеса.
- 5) Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов. Теорема Пуассона.
- 6) Схема Бернулли. Наиболее вероятное число успехов. Закон больших чисел для схемы Бернулли.
- 7) Локальная теорема Муавра-Лапласа (формулировка и доказательство). Интегральная теорема Муавра-Лапласа (формулировка).
- 8) Геометрическая схема. Задача Бюффона. Парадокс Бертрана.
- 9) Случайная величина. Распределение случайной величины. Функция распределения случайной величины и её свойства.
- 10) Теоремы Лебега и Радона-Никодима (формулировки). Дискретные, абсолютно непрерывные и сингулярные распределения. Примеры. Смеси распределений.
- 11) Случайный вектор. Функция распределения случайного вектора и её свойства. Многомерное нормальное распределение.
- 12) Независимость классов случайных событий. Теорема об аппроксимации. Теорема о независимости  $\sigma$ -алгебр.
- 13) Независимость случайных величин. Критерии независимости случайных величин.
- 14) Математическое ожидание случайных величин и его свойства.
- 15) Дисперсия и её свойства. Примеры. Моменты.
- 16) Моменты. Неравенства Коши-Буняковского, Гёльдера (без доказательства), Минковского (без доказательства), Иенсена и Чебышёва.
- 17) Нормированные случайные величины. Коэффициент корреляции и его свойства. Ковариация и её свойства.
- 18) Функции от случайных величин. Формула для плотности функции от случайной величины. Две теоремы о равномерном распределении. Способ обратной функции.
- 19) Условное математическое ожидание относительно событий положительной вероятности и дискретных случайных величин. Определение условного математического ожидания относительно  $\sigma$ -алгебры.
- 20) Условное математическое ожидание относительно  $\sigma$ -алгебры и его свойства. Геометрический смысл условного математического ожидания.
- 21) Задача о разорении игрока. Нахождение вероятностей разорения и средней продолжительности игры. Следствия.